

Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Sözel-Sembolik Temsil Dönüşümlerinin ve Süreçte Yaptıkları Hataların İncelenmesi

Examining the Middle School Preservice Mathematics Teachers' Verbal-Algebraic Representation Transformations and Errors

Deniz EROĞLU, Ramazan GÜREL

ÖZ

Bu araştırmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının sözel ve sembolik temsillerin dönüşümlerinde ortaya koydukları hata türlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarının bu dönüşümlerini inceleyebilmek amacıyla 12 farklı açık uçlu soru içeren bir veri toplama aracı hazırlanmış ve 69 ortaokul matematik öğretmen adayına uygulanmıştır. Araştırmanın bulguları öğretmen adaylarının yaptıkları dönüşümlerde ve sembollerini yorumlamalarında çeşitli hatalar yaptıklarını göstermektedir. Öğretmen adaylarının cebirsel-sembolik temsil dönüşümünde yaptıkları hataları çoklu tanımlama, değişen anlam (a. Yanlış atama ve b. Sayı atama) ve keyfi hata olarak sınıflandırılmıştır. Adaylar sözel temsil oluştururken eksik anlam, değişen anlam ve hatalı anlam olmak üzere üç farklı türde hata ortaya koymuşlardır. Ayrıca, bulgular öğretmen adaylarının yaklaşık yarısının bir sözel durum için yazılan cebirsel ifadenin içerdiği sembollerin anlamını bilmediğini ortaya koymuştur. Araştırmanın sonuçları matematik öğretmen yetiştirme programlarında öğretmen adaylarına kazandırılması gereken bilgiler konusunda fikir verdiğinden, programların ve ders içeriklerinin geliştirilmesi bakımından önemli öneriler sunmaktadır.

Anahtar Sözcükler: Ortaokul matematik öğretmen adayları, Sembolik temsil, Sözel temsil, Hata türleri

ABSTRACT

The purpose of this study is to investigate the errors and types of errors that middle school prospective mathematics teachers reveal in the transformation of verbal and symbolic representations. In order to examine these transformations of prospective teachers, a test including 12 different open-ended questions was administered to 69 prospective teachers. Results revealed that prospective teachers made various mistakes in their transformations and interpretation of symbols. The prospective teachers' mistakes in algebraic-symbolic representation transformation were classified as multiple definitions, changing the meaning (a. establishing an equation and b. writing arithmetic expression) and arbitrary error. While generating verbal representation, prospective teachers made three different types of errors, namely missing meaning, changing meaning and wrong meaning. Moreover, the results showed that about half of the prospective teachers did not know the meaning of the symbols contained in the algebraic expression written for a verbal representation. The results of the research provide important suggestions for the development of programs and course contents, as they provide insight into the information to be provided to prospective teachers in mathematics teacher training programs.

Keywords: Middle school prospective mathematics teachers, Symbolic representation, Verbal representations, Error types

Eroğlu D., & Gürel R. (2020). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının sözel-sembolik temsil dönüşümlerinin ve süreçte yaptıkları hataların incelenmesi. *Yükseköğretim ve Bilim Dergisi/Journal of Higher Education and Science*, 10(3), 438-450. <https://doi.org/10.5961/jhes.2020.404>

Deniz EROĞLU (✉)

ORCID ID: 0000-0001-7863-5055

Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Burdur, Türkiye
Burdur Mehmet Akif Ersoy University, Department of Mathematics and Science Education, Burdur, Turkey
deroglu@mehmetakif.edu.tr

Ramazan GÜREL

ORCID ID: 0000-0003-1710-2743

Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Burdur, Türkiye
Burdur Mehmet Akif Ersoy University, Department of Mathematics and Science Education, Burdur, Turkey

Geliş Tarihi/Received : 30.04.2020

Kabul Tarihi/Accepted : 09.12.2020

GİRİŞ

Ortaokulda matematik öğretim programının özel amaçları arasında öğrencilerden matematiksel terminolojiyi ve dili doğru kullanabilmeleri ve kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilmeleri (Millî Eğitim Bakanlığı, 2018) yer almaktadır. Öğretim programında ele alınan farklı temsil biçimleri ile ifade edebilme becerisi ise ancak öğretmenlerin öğrencileri yönlendirmeleri ve öğrencilerin kendi temsil biçimlerini kullanmaları ile mümkün olabilir. Öğrenciler matematiğin var olan bütün öğrenme alanları içinde farklı temsil biçimlerini kullanabilirler. Cebir öğrenme alanı da bir dil olarak ve temsil boyutu ile tanıyan ve üzerinde çalışmaların yapıldığı alanlardan biridir (Kieran, 2007). Cebirin bu boyutları, cebirsel kavramların öğreniminde ve öğretimindeki zorlukları da beraberinde getirmektedir.

Cebir ve aritmetik yapısal olarak birbirinden farklılaşmaktadır. Cebirsel ve aritmetik işlemlerin anlaşılmasındaki zorlukların bu iki yapının farklı işlemsel anlamalarından kaynaklandığı söylenebilir. Aritmetikte var olan matematiksel ifadeler ‘gerçekleştirilmesi gereken bir komut’ olarak ele alınırken, cebirsel ifadeler ise ‘manipülasyon nesnesi’ olarak düşünülebilir. Öğrencilerin bu yeni dili kullanımının yanında, farklı temsil biçimleri arasında geçiş yapabilme becerisi onların aynı zamanda kavramları anlamalarının bir göstergesi (Janvier, 1987) olarak ele alınmaktadır. Öğrencilerin temsiller arası dönüşümleri başarılı bir şekilde gerçekleştirmek için, değişkenleri ve sözel durumlarda yer alan değişkenler arasındaki ilişkiyi, bunun yanında sembolik temsil sisteminin söz-dizimsel özelliklerini anlamaları gerekmektedir (Kaput, 1989). Öğrencilerin cebirsel bir ifadenin söz-dizimsel yapısını anlama becerisinin cebirde başarılı olmak için temel olduğu ileri sürülmektedir (Kirshner, 1989).

Cebir alanında öğrencilerden beklenen temsil çeşitlerinden ikisi sözel ve sembolik temsil (Goldin, 2002) olarak ele alınmaktadır. Alan-yazında sözelden sembolik temsile geçiş üzerine yapılan araştırmaların, genellikle problem durumuna uygun cebirsel ifade oluşturma şeklinde problem çözme bağlamında ele alındığı görülmektedir (Cerdán, 2010; Wagner & Parker, 1993; Weinberg, 2007). Aynı şekilde sembolik temsilden sözel temsile geçiş üzerine gerçekleştirilen araştırmalarda da, belirli bir denklem veya denklem sistemi ile çözülebilecek problem kurma çalışmaları bir yöntem olarak kullanılmaktadır (Fernández-Millán & Molina, 2016; Işık & Kar, 2012; Resnick, Cauzinille-Marmèche, & Mathieu, 1987). Bu yönde yapılan araştırmaların sonuçlarına göre cebirsel sembolleştirme ve sözlü temsil arasındaki geçişler öğrenciler için birçok zorluk ortaya koymaktadır (Cerdán, 2010; MacGregor ve Stacey, 1993; Wagner ve Parker, 1993; Weinberg, 2007). Örneğin, verilen denklem ikiden fazla bilinmeyen ya da katsayının çarpımını içerdiğinde, öğrencilerin problem kurma konusunda daha fazla zorluk çektikleri gözlenmiştir (Fernández-Millán & Molina, 2016). Bir başka araştırmada, farklı türlerde sunulan problemlerde öğrencilerin zorlandıkları noktalar incelenmiş ve öğrencilerin sözel bağlamlar ile sunulan problemlerde sembolik bağlamlar ile sunulan problemlere oranla daha başarılı oldukları ve öğrencilerin sembolik ifadeleri okumak konusunda daha başarısız oldukları ortaya çıkmıştır (Koedinger ve Nathan, 2004). Bunun yanında sözel ve sembolik

temsiller arasındaki öğrencilerin bu temsiller arasındaki dönüşümleri gerçekleştirmeleri için gereken temel becerilerin belirlenmesine yönelik incelemelerde bulunmuşlardır (Kirshner, 1989). Alan yazındaki bu araştırma sonuçlarının sentezinin ardından, bir sonraki bölümde bu araştırmayı destekleyen kavramsal çerçeve açıklanacaktır.

Kavramsal çerçeve: Sözel ve sembolik temsiller arasındaki dönüşümler

Matematik öğreniminde ve öğretiminde kullanılan temsil sistemleri birçok araştırmanın konusu olmuş ve araştırmacılar çeşitli temsil sınıflandırmaları ortaya koymuşlardır (Goldin, 2002; Janvier, 1987; Lesh, Post & Behr, 1987). Gerçek dünya durumları, somut temsiller, sembolik temsil, sözel temsil ve resim temsili matematik eğitiminde kullanılan sınıflandırmalardan biridir (Lesh, Post, & Behr, 1987). Bu araştırma kapsamında temsil biçimlerinden ikisine odaklanılmıştır: (1) sembolik temsil ve (2) sözel temsil. Sözel temsil, günlük dilin içine bazen matematik diline özgü terminolojiyi de katarak kullanılan (Cañadas ve Figueiras, 2011) ve genellikle yazılı ya da sözlü olarak ifade edilen açıklamalardır (Villages, Castro, & Gutierrez, 2009). Sembolik temsil ise sayı, işlem, işaret, cebirsel sembol ve bunlarla ilişkili eylemler içeren ifadelerdir (Villages, Castro, & Gutierrez, 2009). Örneğin, “bir sayının 3 katının 7 eksiğine karşılık gelen ifade” şeklinde yazılmış bir sözel temsili açıklarken, bu ifadeye karşılık gelen sembolik temsil “ $3n-7$ ” şeklinde ifade edilebilir. Bu araştırmada “sembolik temsil” kapsamına aritmetik ve cebirsel temsil girmektedir.

Matematikte başarılı olabilmek için matematik okur-yazarı olmak önem arz etmektedir. Matematik okur-yazarı olmak ise, kelimelerin ne anlama geldiğini bilmeyi ve bu kelimeleri de matematik diliyle yeniden ifade edebilmeyi gerektirir. Arcavi (1994) sembolik temsillerin cebirsel fikirleri ortaya çıkardıkları bağlamdan kopararak, net ve doğru bir şekilde göstermek için kullanıldığını ifade etmektedir. Öğrenciler bu sembolik temsilleri kullanırken sözel temsiller içinde geçen dilde birçok düzenlemeyi düşünmeleri gerekmektedir. Örneğin, bir problem cümlesi içerisinde geçen “fazladır” ifadesi, öğrencilerde genellikle toplama işlemini çağrıştırmaktadır, oysa problemin bağlamına göre bu ifadeyle karşılaştıklarında çoğunlukla çıkarma işlemi yapmaları gerekmektedir. Ya da değişken olarak adlandırılan ve değişimi ifade eden “ x ” sembolünü, genellikle $x+5=12$ gibi tek bir çözüme sahip denklemler içinde görmektedirler. Sözel ifadelerde öğrencilerin karşılaştıkları ve sembolik olarak farklı ifadeleri temsil edebilen bu örnekler ek olarak, öğrenciler cebirsel sembolleştirme sürecinde bir de aritmetikten farklı yeni durumlarla karşılaşır. Örneğin, $y+8$ gibi bir ifade öğrencilerin bitmemiş olarak düşündükleri bir ifadedir ve bu sembolik ifadeye sıklıkla $8y$ hatasıyla yanıt verirler. Bir başka örnek olarak, öğrenciler aritmetikte “bir sayının 2 katının 5 fazlası 17 yaparsa, sayı kaçtır?” gibi bir problemde öğrenciler “geriye düşünme” gerçekleştirerek 17’den 5 çıkarırlar ve 12’yi 2’ye bölerler. Diğer taraftan cebirsel-sembolik temsile geçtiklerindeyse, verilen işlemleri kullanarak ve geriye düşünme yapmadan ilişkileri $2x+5=17$ şeklinde sembolleştirmeleri öğretilenektir. Matematikte kullanılan sembolik ve sözel temsiller arasındaki bu değişken ve karmaşık yapı, öğrencilerin çeşitli

kavramsal zorluklar yaşamalarına neden olmaktadır (Sowder & Wheeler, 1989). Cerdan (2010) öğrencilerin sözel-sembolik temsil dönüşümleri yaparken yapmış oldukları hataları araştırmış ve öğrencilerin harf kullanımında ve sembolik kullanımda yapmış oldukları hataları sınıflandırmıştır. Öğrenciler harflerin kullanımında; çoklu tanımlama, çoklu anlam ve değişen anlam olmak üzere 3 farklı türde hata yapmaktadırlar. Öğrencilerin sembolik temsilleri yani aritmetik ya da cebirsel ifadeleri yazarken ise işlem hatası, ters çevirme hatası ve keyfi hata olmak üzere 3 farklı türde hata yaptıkları görülmektedir.

Harf kullanımında yapılan hatalar: Harflerin, değişkenlerin, bilinmeyen değerlerin kullanımında 3 tür hata tanımlanmaktadır: **Çoklu tanımlama.** Bir sayı ya da miktarın birden fazla değişken ile belirtildiği durumlardır. **Çoklu anlam.** Aynı cebirsel ifadedeki bir değişkenin, birden fazla sayı ya da miktarı belirtmek için kullanıldığı durumlardır. **Değişen anlam.** Bilinmeyen değere atfedilen harfin, kendisine açıkça atfedilen miktardan farklı bir miktarı belirtmek için kullanıldığı durumlardır.

Aritmetik ya da cebirsel ifadelerin oluşturulmasında yapılan hatalar: Bir problem ya da sözel temsil için oluşturulan aritmetik ya da cebirsel ifadelerin oluşturulmasında 3 tür hata tanımlanmaktadır: **İşlem hatası.** Aritmetik ya da cebirsel ifade içindeki işlemin hatalı olarak kullanılması durumudur (örneğin, $x+7$ ifadesinde $+$ işlemi yerine $-$ işleminin yazılması gibi). **Ters çevirme hatası.** Aritmetik ya da cebirsel ifade içindeki işlemin ters işleminin yazılması durumudur (örneğin, 36×4 işlemi yerine $36 \div 4$ işleminin yazılması gibi). **Keyfi hata.** Herhangi bir sebep ya da sistematik durum yerine rastgele ya da kişisel seçim durumunda ortaya çıkan hatadır. Bu hata türü açıklanan hataların yapılmadığı ya da alan-yazında bir karşılığının bulunmadığı durumlar için kullanılmıştır.

Araştırmanın önemi, gereksesi ve araştırma problemleri

Öğrencilerin matematiksel olarak ileriye gidebilmeleri ve matematikte başarılı olabilmeleri için, öğrencilerin cebirsel ifadeleri okuyup yazabilmeleri, cebirsel ifadelerin hesaplama ve manipülasyonlarında yeterli beceriye sahip olmaları gerekmektedir. Öğrencilerin aritmetik ve cebir arasındaki bu farklılığın ayrımını yapabilmeleri için etkili bir cebir öğretim ortamının hazırlanması gerekmekte, her şeyden önce öğretmenlerin bu kavramları ayırt edip; etkili bir şekilde kullanabilme becerisine sahip olmaları gerekmektedir. Birçok araştırma, öğretmenlerin sahip olduğu matematik alan bilgisinin, öğrencilerin matematik başarılı üzerinde etkili olduğunu göstermektedir (örneğin, Hill, Rowan ve Ball, 2005). Bu nedenle, geleceğin öğretmenlerinin de matematiksel konularla ilgili kavramsal bir anlayışa ulaşmaları ve bu konularla ilgili derinlemesine ve ayrıntılı bilgiye sahip olmaları gerekmektedir. Yapılan araştırmalar, öğretmen adaylarının cebirsel ifadelerin yapısını anlama (Pomerantsev & Korosteleva, 2003), kendi ürettikleri de dâhil cebirsel sembollerini yorumlama, etkin şekilde kullanma ve temsiller arası dönüşüm yapma (Strand & Mills, 2014) değişken ve eşittir işareti gibi matematiksel nesnelere kullanma ve yorumlama (Prediger, 2010) gibi çeşitli zorluklarının olduğunu ortaya koymaktadır. Bunlarla birlikte, problem çözme sürecinde çoklu temsilleri etkin şekilde kullanabilen öğretmen adaylarının öğretmenlik

mesleğini yaparken öğrenci çözümlerine yönelik çoklu bir bakış açısıyla yaklaşabildikleri (Graeber, 1999) ve öğretmenlerin temsilleri özenle seçerek kullandıklarında öğrencilerin düşüncelerini kavramsal olarak şekillendirdiği ifade edilmektedir (Heinze, Star, & Verschaffel, 2009). Bahsedilen araştırmaların sonuçları, öğretmen adaylarının belirli bir konuda sahip oldukları bilgiyi ortaya çıkarmanın önemli olduğunu göstermektedir. Çünkü öğretmen adaylarının sahip oldukları bu bilgiler, gelecekteki matematik eğitiminin kalitesini doğrudan etkileyecektir. Öğretmen adaylarının bilgilerini ortaya çıkarmak için alan-yazında temsiller arası dönüşümlerin kullanışlı bir araç olduğu öne sürülmüştür (Lesh, Post, & Behr, 1987). Ancak temsiller arası dönüşüm çalışmalarında sembolik temsillerden sözel temsillere dönüşüm çalışmalarında sembolik temsillere daha az vurgu yapıldığı ifade edilmektedir (Molina, Rodríguez-Domingo, Canadas, & Castro, 2017). Bu iki nokta alan-yazında var olan bir boşluğu da ortaya çıkarmaktadır. Dolayısıyla, bu araştırma öğretmen adaylarının sözel-sembolik temsiller arasındaki dönüşümlerle ilgili bilgilerini ortaya çıkararak ilgili alan-yazına katkı sunacağından önemli görülmektedir. Ayrıca, gerçekleştirilmiş bu araştırmanın sonuçları öğretmen eğitimcilerine derslerini yeniden yapılandırma ve eğitim politikalarını düzenleyen politikacılarında yükseköğretim programlarını organize etmelerine yol gösterecektir. Lesh ve arkadaşları (1987) tarafından önerilen “temsiller arası dönüşüm çalışması” araç olarak kullanılarak, bu araştırmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının sözel ve sembolik temsillerin dönüşümlerinde ortaya koydukları hatalar ve hataların türlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki araştırma sorularına yanıt aranmıştır:

- Ortaokul matematik öğretmen adaylarının sözel temsillere yönelik oluşturdukları cebirsel temsiller nelerdir? Bu süreçte ne tür hatalar yapmaktadırlar?
- Ortaokul matematik öğretmen adayları cebirsel-sembolik temsillere yönelik oluşturdukları sözel temsiller nelerdir? Bu süreçte ne tür hatalar yapmaktadırlar?
- Ortaokul matematik öğretmen adayları cebirsel-sembolik temsil içinde yer alan değişkenlerin anlamlarını nasıl açıklamaktadırlar?

Bu araştırmanın yöntemine yönelik bilgi verilmeden önce, bir sonraki bölümde araştırma kapsamıyla ilişkili bazı teorik terimlerin ne olduğu ve çalışma kapsamında nasıl kullanıldığı açıklanacaktır.

YÖNTEM

Bu araştırmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının sözel ve sembolik temsillerin dönüşümlerinde ortaya koydukları hatalar ve hataların türleri incelenmiştir. Araştırma betimsel yöntem kullanılarak desenlenmiştir. Betimsel araştırmalar, olayı olduğu gibi açıklamaya ve var olan durumu belirlemeye yönelik araştırmalar olarak tanımlanmakta ve bu yöntem tarama araştırmaları olarak da bilinmektedir (Karakaya, 2009). Bu araştırmada, öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar aracılığıyla sözel-sembolik temsil arasındaki dönüşümleri yapabilme kapasiteleri ve bu dönüşümleri gerçekleştirirken ne tür hatalar yaptıkları basit istatistiksel yöntemlerle açıkladığından, betim-

sel yöntemin kullanımının uygun olduğu düşünülmüştür. Araştırmanın verileri tümevarımsal bir süreçle ele alınmış ve önceki araştırmalarda ortaya çıkan sonuçlar birlikte kullanılarak öğretmen adaylarının hataları ve bu hataların nedenlerine yönelik bir çerçeve oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının sözel-sembolik dönüşümlerine yönelik becerileri hakkında açıklayıcı varsayımlar yapmak, adayların bu yöndeki kapasitelerinin daha iyi anlaşılmasına ve bundan sonraki çalışmaların tasarımlarında kullanılmak üzere kavramsal bir bakış açısı sunulmasına yardımcı olacaktır.

Katılımcılar

Bu araştırmaya ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören toplamda 69 dördüncü sınıf öğretmen adayı katılmıştır. Katılımcıların seçiminde uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır. İki farklı açıdan ortaokul matematik öğretmenliği programında eğitim gören dördüncü sınıf öğrencilerinin seçimi uygun bulunmuştur. İlk olarak öğretmen adayları *özel öğretim yöntemleri* dersini almış ve belli bir alan bilgisine ulaşmış olduğu düşünülerek dördüncü sınıf öğretmen adayları olarak belirlenmiştir. İkinci olarak ulaşılabilirlik ilkesi dikkate alınarak, öğretmen adayları araştırmacıların buldukları bölgeden seçilmiş ve gönüllü olanlar araştırmaya katılmıştır.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Öğretmen adaylarının verilen bir cebirsel-sembolik temsil için oluşturdukları sözel temsilleri ve verilen bir sözel temsil için oluşturdukları cebirsel-sembolik temsilleri incelemek amacıyla, adaylara 12 açık uçlu soru içeren Ek-1’de yer alan anket uygulanmıştır. Anketin geliştirilmesi için öncelikle alan-yazında cebirsel temsil kavramını ele alan çalışmalar (Gürbüz ve Şahin, 2015; Soylu, 2006; Usiskin, 1997), matematik dersi öğretim programı ve ortaokul matematik dersi kitapları incelenmiştir. Sonuç olarak 3 bölümden oluşan anketin ilk bölümünde öğretmen adaylarına 6 farklı sözel temsil verilmiş ve öğretmen adaylarından bu durumlara ilişkin cebirsel-sembolik temsil yazmaları beklenmiştir. Anketin ikinci bölümünde ise öğretmen adaylarından “ $a+6$, $2k+5x/10+2,20-n$ ve $b-5/3$ ” cebirsel-sembolik temsillerine uygun 5 farklı sözel temsil oluşturmaları istenmiştir. Son olarak testin son sorusunda öğretmen adaylarından “Bir poğaça p lira ve bir ayran a liradır. Ayşe 4 poğaça ve 3 ayran almıştır. Buna göre $4p+3a$ ifadesinde 4, 3, p ve a ifadeleri ne anlama gelmektedir?” ifadesindeki sembollerin anlamlarını açıklamaları beklenmiştir. Verilen sözel-sembolik temsiller, altıncı sınıf öğretim programında yer alan cebirsel ifadeler alt öğrenme alanında yer alan kazanımlar ile sınırlı tutulmuştur. Yani öğretmen adaylarında sözel temsillere yalnızca cebirsel-sembolik temsiller oluşturmaları beklenmektedir. Diğer bir ifadeyle bu araştırma kapsamında kastedilen sembolik temsil kullanımı cebirsel-sembolik temsiller ile sınırlı tutulmuştur. Ankette yer alan sorular ilgili alan-yazın taraması sonucunda, çeşitli araştırmalarda kullanılan sorular arasından seçilmiştir. Örneğin anketin birinci bölümünde yer alan “Profesör-Öğrenci” sözel temsiline Soylu’nun (2006) çalışmasında kullanıldığı görülmektedir. Ankette yer alan soruların daha önceden konu ile ilgili çalışmalarda yer alan sorulara benzer olması anketin geçerlilik ve güvenilirliğine katkı sağlamaktadır.

Ayrıca özel öğretim yöntemleri I ve II derslerini veren alanında uzman yazarlar tarafından ifade ve içerik yönünden inceleme yapılmış ve ölçmeyi hedeflediği davranışlar (cebirsel-sembolik temsil için sözel temsil oluşturma ve sözel temsil için cebirsel-sembolik temsil oluşturma) bakımından kapsam geçerliliği sağlanmıştır. Anketin uygulanabilirliğinin test edilmesi için çalışmanın katılımcılarına dâhil edilmeyen son sınıfta öğrenim gören iki öğretmen adayı ile pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulamada anketteki her bir bölüm ayrı ayrı görüşülerek öğretmen adaylarının ifadelerden ne anladıklarını açıklamaları istenmiştir. Pilot uygulamada anketteki sorularda yer alan ifadelerin anlaşılması ve süre açısından herhangi bir sorunla karşılaşılmasıdır.

Veri analizi dört farklı aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk aşamada öğretmen adaylarının vermiş oldukları yanıtları doğru (1) ve hatalı (0) olarak kodlanmıştır. Bu tespitin ardından hatalı kodlar yeniden değerlendirmeye alınmış ve hataların türlerinin tespit edilmesi için iki farklı araştırmacı tarafından kodlar oluşturulmuştur. Bu kodların atanması ölçme aracının çerçevesiyle tutarlı kalmış, ilk olarak sözel temsiline cebirsel-sembolik temsile dönüşümü üzerine verilen yanıtlar incelenmiştir. Bu incelemede örneğin ilk araştırmacı tarafından atanan kodlar şu şekildedir: fazla değişken kullanma, değişkeni yanlış duruma atama, aritmetik ifade yazma ve hatalı denklem yazma. Daha sonra araştırmacılar bir araya gelerek oluşturdukları kodları ve kodlara ilişkin yanıtları karşılaştırmış, kodlar üzerinde çeşitli eklemeler, çıkarmalar ya da birleştirmeler yaparak üzerinde uzlaştıkları bir kod listesi oluşturmuştur. Üçüncü aşamada araştırmacılar bu kod listesiyle birlikte yeniden bağımsız kodlamalar yapmışlar ve bu aşamada kodların veriler içindeki frekansları belirlenmişlerdir (Miles ve Huberman, 1994). Veri analizinin son aşamasında oluşturulan kodlar kategoriler altında birleştirilmiş, kategorilerin adları yeniden belirlenerek açıklamaları yapılmıştır. Kategorilerin oluşturulmasında kavramsal çerçeve bölümünde açıklanan Cerdan’ın (2010) çerçevesinden yararlanılmıştır. Cerdan’ın çerçevesi harf kullanımında ve cebirsel ifadelerin oluşturulmasında yapılan türlerini açıklamaktadır. Bu araştırma kapsamında Cerdan’ın çerçevesine ilaveten öğretmen adaylarının sözel temsil oluşumları da mevcuttur. Sözel temsillerin oluşumunda yapılan hataların analizinde sembolik temsillerde yapılmış hata türleri tersten düşünülerek sözel temsillerde yapılan hata türleri açıklanmıştır. Örneğin, cebirsel-sembolik temsil oluşumunda değişen anlam kategorisinin sayı atama alt kategorisinde öğretmen adayları sözel durum içinde sembolle ifade edilecek değere bilinen rastgele bir sayı atayarak aritmetik-sembolik temsil oluşturma yoluna gitmişlerdir. Sözel temsiller değerlendirilirken de benzer şekilde yapılan ve sembole/harfe bilinen bir değer atanarak oluşturulan sözel temsile aynı şekilde değişen anlam kategorisi atanmıştır. Kodların, kategorilerin altında birleştirilmesi ve adlandırılmasıyla elde edilen analiz şeması Tablo 1’de yer almaktadır.

Analiz edilen veriler son kez oluşturulan tablodaki bilgiler ışığında yeniden gözden geçirilmiş ve bulgular bölümünde sunulmaya hazır hâle getirilmiştir. Bulgular kısmında öğretmen adaylarının vermiş oldukları yanıtlar yüzde ve frekans olarak ifade edilmiş, ayrıca bulguların sunumunda hatalı yanıtlarının türlerine örnekler sunulmuştur.

Tablo 1: Verilerin Analizinde Kullanılan Temalar ve Kategoriler

Dönüşüm	Kategoriler	Açıklamalar	
Sözelden Semboliğe	Çoklu Tanımlama	Aynı miktarı belirten değer için birden fazla sembol ya da harf kullanma	
	Değişen Anlam	<i>Yanlış atama</i>	Sözel durum içinde sembolle ifade edilecek değeri hatalı belirleme ve sembolü farklı bir değer için atama
		<i>Sayı atama</i>	Sözel durum içinde sembolle ifade edilecek değere bilinen rastgele bir sayı atayarak aritmetik-sembolik temsil oluşturma
Keyfi Hata		Oluşturulması istenilen cebirsel ifade yerine hatalı bir denklem ya da bilinen değere sahip bir denklem oluşturma	
Sembolikten Sözele	Eksik Anlam	Sembole karşılık gelecek sözel ifadenin eklenmeden temsilin oluşturulması	
	Değişen Anlam	Sembolik temsilde sembole/harfe bilinen bir değer atayarak sözel temsil oluşturma	
	Hatalı Anlam	Verilen sembolik temsil için oluşturulan sözel temsilin dönüşümü yeniden yapıldığında farklı bir sembolik temsil oluşturma	

Tablo 2: Cebirsel-Sembolik Temsil Oluştururken Yapılan Hatalar

	Hatalı f(%)					Doğru
	Çoklu Tanımlama	Değişen Anlam		Keyfi Hata	Hatalı Toplam	
		Yanlış atama	Sayı atama			
Telefon: $4n + 2$	15 (%22)	2 (%3)	0	4 (%5)	21 (%30)	48 (%70)
Sayı: $\frac{2x + 3 - 7}{2} + 2$	1 (%1)	3 (%4)	8 (%12)	0	12 (%17)	57 (%83)
Zeytinyağı: $6(x + 4)$	2 (%3)	9 (%13)	0	1 (%1)	12 (%17)	57 (%83)
Prof-Öğr: $\ddot{O} = 6P$	0	3 (%4)	0	0	3 (%4)	66 (%96)
Alan: $3(n + 2)$	0	0	0	0	0	69 (%100)
Kürdan: $3n + 4n$	2 (%3)	0	3 (%4)	0	5* (%7)	63 (%93)
Toplam	20 (%5)	17 (%4)	11% (3)	5 (%1)	53 (%13)	360 (%87)

*Bir Öğrenci Bu Soruyu Boş Bırakmıştır.

BULGULAR

Bu araştırmanın bulguları araştırma problemleri doğrultusunda üç başlık altında toplanmıştır. İlk olarak öğretmen adaylarının kendilerine verilen sözel temsillere yönelik yazmış oldukları cebirsel-sembolik temsiller doğruluk ya da hatalarına göre yüzde ve frekans olarak verilmiş, ardından hata türlerine örnekler sunulmuştur. İkincisinde öğretmen adaylarına verilen sembolik temsillere (cebirsel ifadelere) ilişkin oluşturmuş oldukları sözel temsiller doğru ya da hatalı olması durumları yüzde ve frekans ile sunulmuş ve öğretmen adaylarının oluşturmuş oldukları hatalı ya da eksik sözel temsillere örnekler verilmiştir. Son olarak da, öğretmen adaylarının değişkenlerin anlamlarına yönelik vermiş oldukları yanıtların yüzde ve frekans olarak bulgularına yer verilmiş ve hata türleri örneklendirilmiştir.

Sözel temsillere yönelik oluşturulan cebirsel temsiller ve hata türleri

Öğretmen adaylarından 6 farklı sözel temsile yönelik cebirsel-sembolik temsiller oluşturmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının yanıtları doğru ya da hatalı yanıtlar olarak iki kategoride ele alınmıştır. Öğretmen adaylarının yanıtları incelenirken araştırmacıların yanıt anahtarındaki sözel temsil için yazılması gereken cebirsel-sembolik temsilin aynısını ya da bu ifadeye eşit olan temsiller doğru, doğru temsile eşit olmayan ifadeler ise hatalı olarak kabul edilmiştir. Örneğin, “Telefon Şirketi” sözel temsili için beklenen doğru sembolik temsil $4n+2$ şeklindedir. Tablo 2’de adayların hangi sözel temsil durumlarında ne kadar hata yaptıklarına ilişkin yüzde-frekans değerleri verilmiştir.

Tablo 2'de görüldüğü üzere, öğretmen adaylarının tamamı "dikdörtgenin alanı"nı açıklayan ilişkiyi ifade etmek için doğru sembolik-cebirselsel temsili yazabilmiştir. Öğretmen adaylarının cebirselsel-sembolik temsillere yönelik "1. Çoklu tanımlama, 2. Değişen anlam (a. yanlış atama ve b. sayı atama) ve 3. Keyfi hata türlerini yaptıkları görülmüştür.

Öğretmen adaylarının en çok hata yaptıkları "Telefon şirketi" sözel temsilde yapılan hataların çoğunluğu çoklu tanımlamadan, diğer bir ifadeyle bir miktar için birden fazla değişken kullanmaktan kaynaklanmaktadır. Bu sözel temsilde öğretmen adayları hem geçen dakika hem de arama sayısı için farklı değişkenler atamış ve iki değişkenli bir cebirselsel ifade ortaya koymuşlardır. Öğretmen adaylarının çoklu tanımlama türünde yaptıkları hatalara örnekler Şekil 1'de sunulmuştur.

Şekil 1(a)'daki ilk görselde yer alan yanıtı veren öğretmen adayı $4n+2$ 'ye eşit bir ifade yazması gerekirken, $4t+2k$ şeklinde bir cebirselsel-sembolik temsil oluşturmuştur. Öğretmen adayı arama başına verilen sabit ödemeyi de değişken gibi düşünerek, o durum için de arama sayısı olarak k değişkenini atamıştır. Benzer başka bir örnek de Şekil 1(b)'de yer almıştır.

Bu hata türü dışında öğretmen adayları *değişen anlam* türünde hatalar yapmışlardır. Değişen anlam türünde yapılan hatalar temasında 2 kategori bulunmuştur: Değişkeni yanlış duruma

(a)

$t \rightarrow$ geçen dakika
 $k \rightarrow$ arama sayısı
 $para = 4t + 2k$

(b)

Her arama 2 lira
her dakika 4
 $2y + 4x = t$
 $2(y + 2x)$

1. arama $2 + 4 = 6$
2. arama $4 + 4 = 8$
 $x =$ konuşulan dakika
 $y =$ arama sayısı

(c)

maliyet: x → kar
Satış: $x + 4$
2.50 + 11 → $x + 4 \rightarrow 4 + 11$ kar
2.50 + 11 → $2x + 6 \rightarrow 11 + 6$ kar
3.50 + 11 → $2x + 12 \rightarrow 11 + 12$ kar
Satış sayısı: $xn \rightarrow n \cdot 4$ kar

Şekil 1: Çoklu tanımlama türünde hatalar.

atama ve değişkene sayı atama. *Değişkeni yanlış duruma atama* şeklinde gerçekleştirilmiş hatalarda öğretmen adayları, sözel ifade içinde değişen durum için değil, farklı bir durum oluşturarak oluşturdukları duruma değişken atamış ve istenilen cebirselsel ifadeye eşit bir ifade yazamamıştır. Yanlış atama hata türü en fazla *zeytinyağı* probleminde ortaya çıkmıştır. Yanlış atama durumunu örnekleyen yanıtlar Şekil 2'de sunulmuştur.

Şekil 2 (a)'da görüldüğü üzere "Telefon Şirketi" sözel temsili için verilmiş cebirselsel-sembolik temsilde, öğretmen adayı 60a ifadesiyle, muhtemelen saat olarak algıladığı durumu dakikaya çevirerek hatalı bir yanıt vermiştir. Bu hatanın sebebi adayın okuduğunu anlamaması ya da okuduğunu yanlış yorumlaması olarak görülebilir. Şekil 2.b ve 2.c'de de *zeytinyağı* sözel temsili için oluşturulan cebirselsel-sembolik temsillere örnekler sunulmuştur. Değişen anlam türünün alt kategorisi olarak ele alınan *sayı atama* hatası ise en çok sayı tutma sözel temsilde yapılmıştır ve öğretmen adayları bu hata türünde cebirselsel-sembolik temsil oluşturmak yerine cebirselsel olmayan aritmetik-sembolik temsiller yazmışlardır. Örneğin, "aklından bir sayı tut" sözel temsili için öğretmen adayları, aklından tuttıkları sayıyı temsilen bir değişken/harf sembolü atamak yerine bilinen bir değer ile işlemlere başlamış ve yönergeleri takip ederek aritmetik işlemleri yapmışlardır. Aynı durum bir de "kürdan sayısı" sözel temsili için ortaya çıkmış ve adaylar harf atayarak başlamaları gereken temsil oluşumuna bilinen bir değer atayarak başlamışlardır. Öğretmen adaylarının sayı atama hata türünde ortaya çıkan yanıtlarına örnek Şekil 3'te yer almıştır.

Öğretmen adayları tarafından yapılan bir diğer hata türü *keyfi hatalardır*. Bu hata türünde öğretmen adayları kendilerinden istenilen cebirselsel-sembolik temsiller, diğer bir ifadeyle kendilerinden oluşturulması istenilen cebirselsel ifade yerine bir denk-

(a)

$[(60a) \times 4] + 2$

(b)

$x \rightarrow$ aldı, $4 \rightarrow$ sattı, $4 - x \rightarrow$ kor etti
1 tenetekte $4 - x$ kor etti
6 // $6(4 - x)$ // = $24 - 6x$

(c)

$X + 6\left(\frac{X}{25}\right)$

Şekil 2: Değişkeni yanlış duruma atama hata türleri.

Aklımdan 1 sayısını tuttum.

$$1 \times 2 = 2$$

$$2 + 3 = 5$$

$$5 - 7 = -2$$

$$\frac{-2}{2} = -1$$

$$-1 + 2 = 1$$

(a)

S.3 → üçer
S.4 → kırk

$$15 + 20 = \underline{\underline{35}}$$

(b)

Aklımdan tuttuğum sayı 4 olsun.

$$4 \times 2 = 8$$

$$8 + 3 = 11$$

$$11 - 7 = 4$$

$$4 \div 2 = 2$$

$$2 + 2 = 4$$

(c)

Şekil 3: Sayı atama türündeki hata örnekleri.

lem oluşturmuşlardır. Örneğin, adaylardan bir tanesi “telefon şirketi” sözel temsili için “1 dk 4 lira konuşacağı için a dakikada 4a lira öder. Her aramadan 2 lirada ödeyeceği için $4a \times 2 = 80$ lira öder.” şeklinde bir denklem kurarak, sözel temsil içinde olmayan bir değeri de cebirsel ifade içine yerleştirmiştir. Bir başka örnekte de öğretmen adayı *telefon şirketi* problemi için Şekil 4’te yer alan denklemi oluşturmuştur. Öğretmen adayı bu hatada $2+4x$ yazması gereken cebirsel ifade yerine $2(4x)=y$ şeklinde bir denklem oluşturmuş, ayrıca bu oluşumu yaparken de toplama işlemi yerine çarpma işlemi yapmıştır.

x dk olsun.

$$2(4x) = y$$

$$6(4x) = 24x = y$$

Şekil 4: Keyfi hata türüne bir örnek.

Sonuç olarak öğretmen adayları 6 farklı sözel temsilin cebirsel-sembolik temsile dönüşümünde toplamda %87 oranında doğru yanıt vermiş, adayların %13’ü hatalı cebirsel-sembolik temsil oluşturmuşlardır. Öğretmen adaylarının cebirsel-sembolik temsillere yönelik sözel temsilleri oluştururken yapmış oldukları hata türleri ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Cebirsel-sembolik temsillere yönelik oluşturulan sözel temsiller ve hata türleri

Bu bölümde öğretmen adaylarının verilen bir cebirsel-sembolik temsile uygun sözel temsil oluşturup oluşturamama durumlarının ortaya konulduğu bulgulara yer verilmiştir. Öğretmen adaylarından $a + 6, 2k + 5, \frac{x}{10} + 2, 20 - n$ ve $\frac{(b-5)}{3}$ cebirsel-sembolik temsilleri açıklayan sözel bir temsil oluşturmaları beklenmiştir. Yazılan sözel temsillerin bağlamları incelendiğinde, öğretmen adaylarının standart bağlamların dışına çıkmadıkları ve genellikle para, uzunluk, nesne sayısı, boy, yaş, sınıf mevcudu gibi okul yaşantılarında her zaman karşlarına çıkan bağlam ve ilişkileri kullandıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının oluşturdukları sözel temsiller ilk olarak (a) doğru/tam ve (b) hatalı olmak üzere iki kategoride ele alınmıştır. Öğretmen adayları tarafından oluşturulmuş doğru/tam sözel temsillere örnekler Şekil 5’te yer almaktadır.

Bir sınıfta 10 kişi vardır. 10 kişinin toplam sınav puanlarına x dersek ve bende ortalamadan 2 puan yüksek aldıysam benim notum

1(a)

20 kg patatesten 1 gram patates alırsam kalan patates ne kadar olur?

2(b)

Şekil 5: Doğru/tam sözel temsillere örnekler.

Öğretmen adaylarının doğru olarak oluşturdukları sözel temsiller dışında, hata yaptıkları sözel temsillerde bulunmaktadır. Bu temsillerde ortaya çıkan hata türleri 1. Eksik anlam, 2. Değişen anlam ve 3. Hatalı anlam olmak üzere 3 alt kategoride toplanmıştır. Öğretmen adaylarının oluşturdukları sözel temsillerin doğruluk ve hata yüzdeleri Tablo 3’de gösterilmiştir.

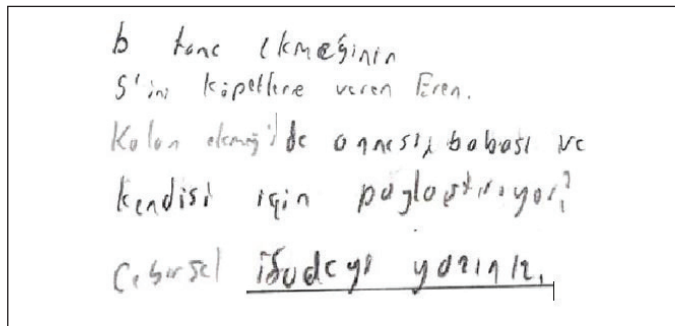
Adayların doğru olarak kabul edilen sözel temsiller, cebirsel-sembolik temsilin tam ve doğru şekilde dönüşümünü içeren yanıtlar olarak ele alınmıştır. Bu tür yanıtta bir örnek “Bir testte 20 soru vardır. n tanesini çözen Ayşe’nin geriye kaç sorusu kaldığını gösteren cebirsel ifade nedir? $(20-n)$ ” şeklindedir. Ancak sembolik temsilden sözel temsile dönüşümlerde en çok karşılaşılan durum, sembolik temsili birebir yansıtan “bir sayının iki katının beş fazlasını veren cebirsel ifade” şeklindeki ifadelerdir. Tablo 3’e göre, öğretmen adayları doğru dönüşümü en fazla $a+6$ ifadesi (%71’i) için yaparken, hatalı dönüşümü en fazla yaptıkları cebirsel-sembolik temsil ise $\frac{x}{10} + 2$ ifadesi (%49’u) olmuştur. Tabloya göre öğretmen adaylarının sözel ifadelerinde en çok doğruluk yüzdesine ulaştığı cebirsel ifadeler toplama işlemi içeren $a+6$ ve $2k+5$ ifadeleri olarak görülmüştür. Öte yandan en fazla hata yapılan temsiller ise çıkarma ve bölme işlemlerinin yer aldığı cebirsel-sembolik temsiller olarak karşımıza çıkmıştır. Öğretmen adayları $\frac{x}{10} + 2, 20 - n$ ve $\frac{(b-5)}{3}$ cebirsel-sembolik temsillerin sözel temsile dönüşümlerinde

Tablo 3: Sözel Temsillerdeki Doğruluk ve Hata Yüzdeleri

Cebirsel ifade	Hatalı f(%)			Toplam	Doğru f(%)
	1 Eksik Anlam	2 Değişen Anlam	3 Hatalı Anlam		
$a + 6$	15 (%22)	4 (%6)	1 (%1)	20 (%29)	49 (%71)
$2k + 5$	21 (%31)	5 (%7)	3 (%4)	29 (%42)	40 (%58)
$\frac{x}{10} + 2$	18 (%26)	6 (%9)	10 (%14)	34 (%49)	35 (%51)
$20 - n$	12 (%17)	6 (%9)	11 (%16)	29 (%42)	40 (%58)
$\frac{b-5}{3}$	16 (%24)	7 (%10)	5 (%7)	28 (%41)	41 (%59)
Toplam	82 (%24)	28 (%8)	30 (%9)	140 (%41)	205 (%59)

sırasıyla %49, %42, %41 oranlarında hata yapmışlardır. Öğretmen adayları toplamda %59 oranında doğru sözel-sembolik temsil dönüşümünü yapabilmıştır.

Öğretmen adayları tarafından dönüşümü yapılan sözel temsillerde en çok ortaya çıkan hata türü “eksik anlam”dır. Öğretmen adayları tarafından oluşturulan sözel temsillerin %24’ü “eksik anlam” hata türündedir. Bu kategoride öğretmen adayının yapmış olduğu sözel dönüşümün istenilen cebirsel-sembolik temsile karşılık gelecek yeterlilikte olmadığı görülmektedir. Örneğin, en çok doğru yanıt verilen $a+6$ temsilde bir öğretmen adayı “Fidanın boyu alındığında 6 cm’dir. Her hafta 1 cm uzamaktadır. Fidanın haftalık ne kadar uzadığını gösteren cebirsel ifade nedir?” şeklinde bir sözel temsil yazmıştır. Oluşturulan bu sözel temsilde fidanın haftalık ne kadar uzadığını gösteren cebirsel ifade istenmiş, oysa sözel ifadede her hafta 1 cm uzadığı ifade edilmiştir. Oluşturulan bu temsil istenilen cebirsel-sembolik temsili karşılamadığından hatalı kategorisinde ele alınmıştır. Öğretmen adayı “a hafta geçmesinin ardından fidanın toplam boyunun ne kadar olacağını” sormak istemiş olabilir, ancak yazmış olduğu bu ifadeden bahsedilen durum anlaşılmadığı için bu temsil eksik anlam kategorisinde yer almıştır. Eksik anlam kategorisinde karşılaşılan bir başka durum ise oluşturulan sözel temsilde cebirsel-sembolik temsilde yer alacak değişken/harfler değere karşılık gelecek sözel ifadenin eksik kalmasıdır. Bu duruma örnek olarak “B tl param var. 5 tl’si ile kalem aldım. Kalan parayı 3’e bölüp kitap aldım.” şeklinde sonlandırılan cebirsel-sembolik temsildir Aynı duruma örnek bir başka eksik anlam türünde hata içeren temsil Şekil 6’da yer almıştır.

**Şekil 6:** Eksik anlam türünde hata örneği.

Yukarıdaki iki örnek sözel temsil incelendiğinde, ifadelerin eksik kaldığı ve cebirsel-sembolik temsili verecek bir sözel ifadenin eklenmediği görülmektedir. Birinci örnekte kalan parayı 3’e bölüp kitap aldım ifadesinin ardından, “bir kitap için ödediğimiz para” cebirsel-sembolik temsilde harfli ifadeyi temsil edecek sözel durumdur. Aynı şekilde Şekil 6’da yer alan örnekte de kalan ekmeğin 3 kişiye paylaşılmasının ardından “bir kişiye düşen ekmeğin miktarı” ifadesinin eklenmesi gerekirdi. Eksik anlam hata türüne ilaveten bir başka hata türü de *değişen anlam* olarak ele alınmıştır. Değişen anlam hata türlerinde öğretmen adaylarının oluşturdukları sözel temsillerin cebirsel-sembolik temsile karşılık gelmediği durumlar ele alınmıştır. Başka bir deyişle, adaylar kendilerine verilen cebirsel-sembolik temsiller karşısında aritmetik-sembolik temsil sonucunu veren bir sözel temsil oluşturmuşlardır. Bu durumu açıklayan iki örnek Tablo 4’te yer almaktadır.

Tablo 4: Değişen Anlam Hata Türünde Örnekler

Sembolik Temsil	Sözel Temsiller
$2k+5$	1. Ayşe’nin yaşı 10’dur. Fatma’nın yaşı ise Ayşe’nin yaşının 2 katından 5 fazladır. Fatma’nın yaşı kaçtır?
$20-n$	2. Hava sıcaklığı bugün Antalya’da 20 derecedir. Her hafta bu sıcaklık 1 derece azalmaktadır. 6 ay sonunda hava sıcaklığı kaç derece olur?

Tablo 4’te yer alan örneklerde görüldüğü üzere öğretmen adayları değişken yerine geçecek değer için bir sayı vermiş ve aritmetik bir ifade yazılabilecek sözel temsiller oluşturmuşlardır. Son olarak öğretmen adayları hatalı anlam türünde sözel temsiller oluşturmuşlardır. Bu hata türünde adaylar, istenilen cebirsel-sembolik temsile dönüştürülmeyen ve farklı sonuçlar veren sözel temsiller oluşturmuşlardır. Bu duruma örnek olarak Tablo 5’de yer alan yanıtlar verilmiştir.

Tablo 5’de yer alan sözel temsillerin istenilen sembolik temsilden farklı sonuçlar verdiği açıkça görülmektedir. Örneğin, üçüncü sözel temsilde “arkadaşımın parası” cebirsel olarak ifade edilmek istenmiştir. Oysa bu sözel ifade de değişken

Tablo 5: Hatalı Anlam Türünde Örnekler

Sembolik Temsil	Sözel Temsiller
$\frac{x}{10} + 2$	Bir havuzun önce $\frac{1}{10}$ basaltılıp daha sonra 2 lt su daha alınıyor. Havuzdan boş olan miktarı cebirsel olarak yazalım?
$\frac{x}{10} + 2$	Ali'nin bir miktar parası vardır. Bu paranın $\frac{1}{10}$ 'da birini harcamıştır. Cebinde 2 lira kalmıştır. Ali'nin baştaki parasını belirten cebirsel ifade?
$20 - n$	Benim 20 TL param var. Arkadaşımın bir miktar parası var. Arkadaşımın parası cebirsel ifade?

olarak yine “arkadaşımın parası” belirlenmiştir. Dolayısıyla “benim param arkadaşımın parasından ne kadar fazladır” ifadesi eklenmiş olsaydı, verilen cebirsel ifadeyi karşılayacak bir sözel ifade olabilirdi, ancak bu haliyle hatalı ifadelerin altında farklı cebirsel sonuçlar veren sözel ifadelere örnek olmaktadır. Diğer iki örnekte de benzer durum söz konusudur. Bu bulgular öğretmen adaylarının verilen bir cebirsel-sembolik temsili sözel temsile dönüştürürken yaptıkları hata türlerini ortaya koymuştur.

Bir sonraki bölümde, öğretmen adaylarının cebirsel-sembolik temsiller içinde yer alan sembollerin anlamına ilişkin açıklamaları ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

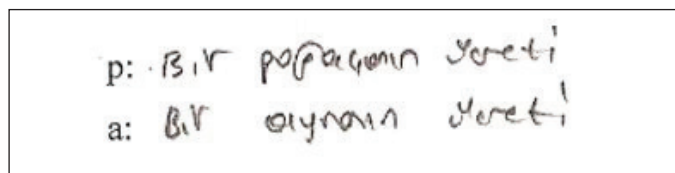
Cebirsel-sembolik temsil içinde yer alan bileşenlerin anlamları

Bu bölümde öğretmen adaylarının bir cebirsel-sembolik temsil içinde yer alan sayı ve değişkenlerin ne anlama geldiğini açıklayıp açıklayamadıkları incelenmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarına “Bir poğaçaya p lira ve bir ayran a liradır. Ayşe 4 poğaçaya ve 3 ayran almıştır.” sözel durumu için yazılan $4p + 3a$ cebirsel ifadesindeki p ve a sembollerinin ne anlama geldiği sorulmuştur. Öğretmen adaylarının yanıtları doğru/tam yanıtlar ve hatalı yanıtlar şeklinde analiz edilmiş ve yüzde/frekans tablosunda aşağıdaki şekilde sunulmuştur.

Tablo 6: Sembollerin Anlamını Açıklamada Doğruluk ve Hata Yüzdeleri

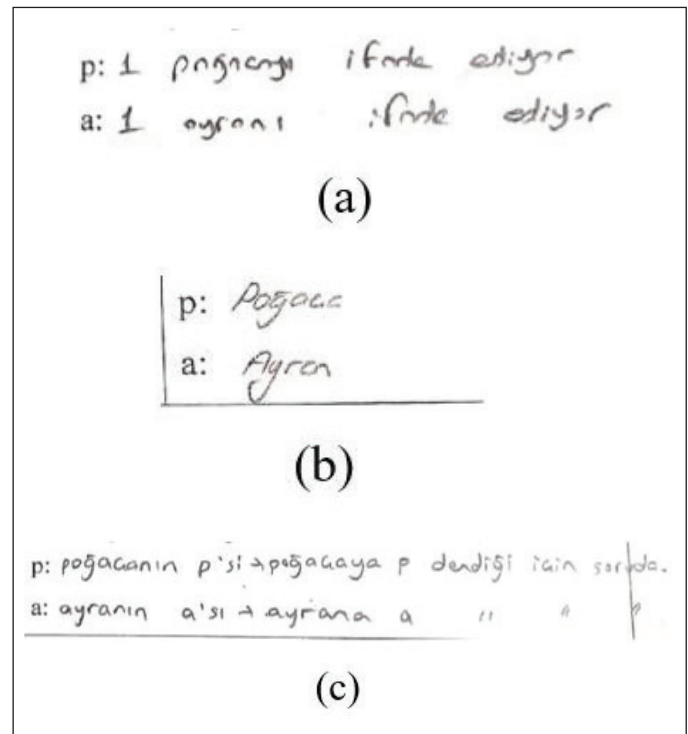
Değişkenlerin Anlamı	Doğru	Hatalı
n(%)	37 (%54)	32 (%46)

Tablo 6'ya göre öğretmen adaylarından $4p + 3a$ cebirsel ifadesindeki harflerin anlamlarını %54'ü doğru açıklamıştır. Öğretmen adayları tarafından verilmiş doğru yanıtta bir örnek Şekil 7'de verilmiştir.



Şekil 7: Değişkenin doğru anlamına örnek.

Öte yandan öğretmen adaylarının %46'sı, p ve a'nın ne anlama geldiğini hatalı şekilde açıklamışlardır. Öğretmen adayları bu soruda p ve a harflerini etiket anlamıyla algılamışlar ve açıklamalarını da bu yönde yapmışlardır. Öğretmen adayları poğaçaya kelimesi p harfi ile başladığı için 4p'nin 4 tane poğaçaya olduğunu ifade eden açıklamalar yapmışlardır. Bu duruma örnek olabilecek üç farklı yanıt Şekil 8'de sunulmuştur.



Şekil 8: Değişkenin hatalı açıklamalarına örnekler.

Özetle bu bulgular öğretmen adaylarının yaklaşık yarısının bir sözel durum için yazılan cebirsel ifadenin içerdiği sembollerin anlamını bilmediğini ortaya koymuştur. Bir sonraki bölümde, öğretmen adaylarının cebirsel-sembolik temsiller için oluşturdukları sözel temsiller ve bu temsillerdeki hata türleri ayrıntılı şekilde açıklanmıştır. Bir sonraki bölümde araştırmanın bulgularından elde edilen sonuçlar tartışılacak ve elde edilen sonuçlara yönelik çeşitli önerilerde bulunulacaktır.

SONUÇ ve TARTIŞMA

Bu araştırmada ilköğretim matematik öğretmenliği programının son sınıfına geçmiş öğretmen adayları ile çalışılmış ve adayların sözel-cebirselle sembolik temsil dönüşümlerinde yaptıkları hatalar ve hataların türleri incelenmiştir. Bu incelemede öğretmen adaylarına sözel temsiller verilmiş ve bunlara uygun cebirselle sembolik temsiller oluşturmaları istenmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının kendilerine verilen sözel ve cebirselle sembolik temsil içeren bir durumda yer alan sembollerin anlamlarını açıklamaları incelenmiş ve son olarak verilen cebirselle sembolik temsile yönelik bir sözel temsil oluşturmaları beklenmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının yaptıkları dönüşümlerde ve sembollerini yorumlamalarında çeşitli hatalar yaptıkları görülmüştür.

İlk olarak öğretmen adaylarının cebirselle sembolik temsil dönüşümünde yaptıkları hataları çoklu tanımlama, değişen anlam (a. yanlış atama ve b. Sayı atama) ve keyfi hata olarak sınıflandırılmıştır. Bu hata türleri kısaca gereken sayıdan fazla sembol/harf kullanma, cebirselle olmayan aritmetik temsile dönüştürme, sözel temsildeki bileşenleri hatalı ayırıştırarak sembolü yanlış duruma atama ve bir cebirselle ifade oluşturmak yerine eşitliği için içine katarak denklem oluşturma olarak özetlenebilir. "Sözel temsillerin cebirselle sembolik temsile dönüşümlerinde öğretmen adaylarının çokta başarısız oldukları söylenemez. Ancak öğretmen adaylarına sorulan sözel temsiller, altıncı sınıf öğretim programında yer alan kazanımlardan daha fazlasını içermemektedir. Bu noktadan bakıldığında adayların daha yüksek oranda doğru yanıtlar vermeleri beklenirdi. Öğretmen adaylarının bu araştırma kapsamında yapmış oldukları hatalar, Cerdan'ın (2010) araştırma sonucuyla da paralellik göstermektedir. Cerdan (2010) araştırmasını lise öğrencileriyle gerçekleştirmiş ve öğrencilerin cebirselle ifade yazımında bu araştırmadaki benzer zorluklarla karşılaştığını bulmuştur. Bu makalenin sonuçları Cerdan'ın oluşturmuş olduğu ve bu makalenin giriş bölümünde açıklanan hata kategorizasyonunu desteklemektedir. Ancak bu araştırma farklı olarak matematik öğretmen adayları ile yapıldığından bu hatalar farklı bir anlam taşımaktadır çünkü bu adaylar bir yıl sonra lisans eğitimlerini tamamlayarak matematik öğretmeye başlayacak kişilerden oluşmaktadır. Dolayısıyla öğretecekleri konuya hâkimiyetleri ve bu konularda matematik alan bilgilerinin tam ve yeterli düzeyde olması beklenmektedir. Öğretmenlerin sahip oldukları bilgilerin, öğrenci başarısı üzerindeki etkisi (Hill, Rowan ve Ball, 2005) ve bunun da ötesinde sınıf içinde öğretim gerçekleştirirken öğrencilerin yanıtlarını yorumlama ve çoklu bakış açısı sunabilmeleri (Graeber, 1999) ve kullandıkları temsil çeşitliliğiyle öğrencilerin kavramsal anlamalarını sağlayabilmeleri (Heinze, Star, & Verschaffel, 2009) açısından önemli görülmektedir.

Araştırmanın bir diğer sonucu, öğretmen adaylarının verilen cebirselle sembolik temsili sözel temsile dönüştürmelerleriyle ilişkilidir. Adaylar sözel temsil oluştururken eksik anlam, değişen anlam ve hatalı anlam olmak üzere 3 farklı türde hata ortaya koymuşlardır. Diğer bir ifadeyle oluşturdukları sözel temsillerin bazıları eksik ifade içermiş, aritmetik-sembolik temsil sonucunu veren ve farklı sonuçlara ulaşacak sözel temsiller oluşturmuş-

lardır. Öğretmen adaylarının sözel temsile dönüşüm yaparken, cebirselle sembolik temsile oranla daha fazla hata yaptıkları görülmüştür. Yani adaylar sözel temsilden ziyade cebirselle sembolik temsili oluşturmada daha başarılı olmuşlardır. Ayrıca öğretmen adayları sembolik temsil fark ya da bölüm işlemi gerektirdiği durumlarda daha fazla hata yapmışlardır. Öğretmen adaylarının sözel temsiller oluşturmada daha fazla zorlanmaları birçok problem kurma çalışmasında da ortaya çıkmıştır (Crespo, 2003; Crespo and Sinclair 2008). Öğretmen adaylarının problem kurarken ya da kendilerine verilen bir sembolik temsil için sözel temsil oluştururken zorlanmaları, öğretmen adaylarının sözel temsil oluşturma öncesinde ya da sırasında cebirselle sembolik temsili inceleme ve üzerinde keşifsel bir bakış açısıyla çalışma fırsatı bulamamalarından kaynaklanmış olabilir (Crespo and Sinclair 2008). Öte yandan öğretmen adaylarının sözel temsil oluştururken en çok zorlandıkları fark ve bölüm gerektiren cebirselle ifadeler olması da alan-yazındaki Fernández-Millán ve Molina'nın (2016) çalışması ile farklılaşmaktadır. Fernández-Millán ve Molina'nın (2016) çalışmasında öğrenciler daha çok çarpım durumu içeren problemler kurmada zorlanmışlardır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının fark ve bölüm durumu içeren temsillerde zorlanmaları öğretmen adaylarının çıkarma ve bölme işlemlerinin anlamlarının tam olarak kavramsallaştırmalarından kaynaklanabileceği gibi, adayların cebirselle ifadeleri düzgün şekilde analiz edip oluşturdukları sözel temsiller ile ilişkilendirecek bir değerlendirme yapmamış olmalarından da kaynaklanabilir. Gelecek araştırmalarda adaylarla yapılacak derinlemesine görüşmeler yoluyla, adayların bu türdeki hataları neden yaptıklarına yönelik soruya yanıtlar verilebilir. Öte yandan toplama ve onunla ilişkili olarak çarpma kavramı günlük hayatta daha fazla başvurduğumuz işlemlerken, bölme işlemi daha az başvurduğumuz bir işlem olarak ele alınırsa, öğretmen adaylarının yatkınlığı sözel temsil oluşturma süreçlerini etkilemiş olabilir. Öğretmen adaylarının sözel temsil oluşturmada yeterli becerilere sahip olmaları, bu becerilerini öğrencilerine de aktaracak olmaları bakımından önemli görülmektedir (Crespo ve Sinclair 2008). Bu nedenle adayların sözel temsile dönüşüm yapmaları için gereken becerileri kazanmaları etkili bir öğretim oluşturabilmeleri için gereklidir. Son olarak öğretmen adayları verilen bir sözel ve cebirselle sembolik temsil içerisinde yer alan harfli ifadelerin anlamını açıklamakta zorluk çekmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının cebirselle sembolik temsil oluştururken yapmış oldukları fazla değişken kullanımı ve değişkenleri hatalı durumlara atama hata türleri ile de ilişkilidir. Adaylar kendilerine verilen sözel durumu tam ve doğru şekilde analiz edemedikleri için sembollerini doğru şekilde kullanamamış, ayrıca sözel ve sembolik temsil hazır olarak birlikte verildiğinde de yine sembolik temsil ile sözel temsil arasındaki ilişkiyi kuramamışlardır. Bu ilişki adayların yapmış oldukları hataların keyfi ya da dikkatsizlik sonucu olmadığı ve onların temsiller konusunda bilgi eksiklikleri bulunduğu bir kanıtı olarak görülmüştür. Dolayısıyla öğretmen adaylarının sahip olmaları gereken temsil bilgilerinin geliştirilmesi gerekmektedir.

ÖNERİLER

Araştırmadan elde edilen bu sonuçlar öğretmenliğine bir yıldan az zamanları kalmış ve öğretmen eğitimlerini tamamlamak

üzere olan öğretmen adaylarının sözel ve cebirsel-sembolik temsiller arasında dönüşümlerle ilgili zorluklarının olduğunu ortaya koymuştur. Son sınıf adayların bu bilgileri aslında araştırmacılara öğretmenlerin de cebir konusundaki bilgileri konusunda bir ipucu niteliğindedir. Alan bilgisi tam olmayan adayların gelecekte gerçekleştirecekleri öğretimler sonucunda ortaokul ve lise öğrencilerinin cebir konusunda zorluklar yaşamaları kaçınılabilir bir durum değildir. Bu nedenle, öğretmen adaylarının mezun olmadan önce ÖÖY ve diğer alan eğitimine yönelik derslerden matematik alan bilgilerinin tamamlanması gerekliliği önümüzde durmaktadır. Bu eğitimin nasıl gerçekleştirilebileceğine ve öğretmen eğitiminin kalitesinin nasıl artırılabilirliğine yönelik en üst düzey kurumlarca gerçekleştirilmesi gereken reformlara ihtiyaç bulunmaktadır. Bu reformlar sayesinde yeniden yapılandırılmış programlara ve derslere ihtiyaç vardır ve ancak yoğun çalışmalar sonucunda öğretmenlerin ve adayların tam bir matematik öğretim bilgisine ulaşmaları mümkün olabilir. Ancak matematik öğretiminin her konusu üzerinde çok uzun süreler çalışılması için derslerde yeterli zaman bulunmamaktadır. Derslerde geçirilebilecek zamanlar sınırlı olduğundan dolayı matematik öğretiminde hayati önemi olan çoklu temsiller gibi bazı matematiksel araçlara ve bu konuların özelde cebir gibi öğretim alanlarına indirgenmiş hallerine yoğun şekilde odaklanarak öğretmen adaylarının bu temel konularda uzmanlaşmaları gerekmektedir. Bu odak çalışmalar öğretmen eğitimcileri tarafından kullanılacak öğretmen deneyi (teacher development experiment), ders imecesi (lesson study), eylem araştırması (action research), senaryolaştırma (lesson play) gibi çeşitli yöntemler aracılığıyla desteklenmelidir. Ayrıca bu araştırmada sınırlılık olarak ifade edilen öğretmen adaylarının hataları yapma nedenlerine yönelik daha derinlemesine bilgiye ihtiyaç bulunmaktadır. Bu sayede gelişimi desteklemek için nereden başlanması gerektiğine ve hangi noktaların geliştirilmesi gerektiğine yönelik bakış açımız genişleyecektir.

KAYNAKLAR

- Arcavi, A. (1994). Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 14(3), 24-35.
- Cañadas, M. C., & Figueiras, L. (2011). Use of representations and generalization of the multiplication principle. *Infancia y Aprendizaje*, 34(4), 409-425.
- Cerdán, F. (2010). Incorrect equalities produced in the process of algebraic translation: A catalogue of errors. *PNA*, 4(3), 99-110.
- Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 243-270.
- Crespo, S., & Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(5), 395-415.
- Fernández-Millán E. & Molina, M. (2016). Inquiry into secondary students' conceptual knowledge of algebraic symbolism by means of problem posing. *Enseñanza de las Ciencias*, 34(1), 53-71. doi:10.5565/rev/ensciencias.1455
- Goldin, G. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 197-218). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Graeber, A. O. (1999). Forms of knowing mathematics: What preservice teachers should learn. In D. Tirosh (Ed.), *Forms of Mathematical Knowledge* (pp. 189-208). Dordrecht: Kluwer.
- Gürbüz, R., & Şahin, S. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4), 1869-1888.
- Heinze, A., Star, J. R. & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM*, 41(5), 535-540.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Işık, C. & Kar, T. (2012). The analysis of the problems the pre-service teachers experience in posing problems about equations. *Australian Journal of Teacher Education*, 37(9), 93-113.
- Janvier, C. (1987). Translation processes in mathematics education. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Kaput, J. J. (1989). Supporting Concrete Visual Thinking in Multiplicative Reasoning: Difficulties and Opportunities. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11, 35-47.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707-62). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Kirshner, D. (1989). The visual syntax of algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(3), 274-287.
- Koedinger, K. R., & Nathan, M. J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. *Journal of the Learning Sciences*, 13(2), 129-164.
- Lesh, R., Post, T. & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- MacGregor, M. & Stacey, K. (1993). Cognitive models underlying students' formulation of simple linear equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 217-232.
- Miles, M.B. & Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis: A sourcebook of new methods* (2nd ed.). Newbury Park, CA: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ve 8. sınıflar)*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Molina, M., Rodríguez-Domingo, S., Cañadas, M. C., & Castro, E. (2017). Secondary school students' errors in the translation of algebraic statements international. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(6), 1137-1156.
- Pomerantsev L., & Korosteleva, O. (2003). Do Prospective Elementary and Middle School Teachers Understand the Structure of Algebraic Expressions? *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 1, 1-10.
- Prediger, S. (2010). How to develop mathematics-for-teaching and for understanding: The case of meanings of the equal sign. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(1), 73-93.

- Resnick, L. B., Cauzinille-Marmèche, E., & Mathieu, J. (1987). Understanding algebra. In J. A. Sloboda & D. Rogers (Eds.), *Keele cognition seminars: Cognitive processes in mathematics* (pp. 169–203). Clarendon: Oxford University Press.
- Soylu, Y. (2006). Öğrencilerin değişken kavramına vermiş oldukları anlamlar ve yapılan hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 211-219.
- Sowder, J. T., & Wheeler, M. W. (1989). The development of concepts and strategies used in computational estimation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(2), 130–146.
- Strand, K., & Mills, B. (2014). Mathematical Content Knowledge for Teaching Elementary Mathematics: A Focus on Algebra. *The Mathematics Enthusiast*, 11(2), 385-432.
- Usiskin, Z. (1997). Doing algebra in grades K-4. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 346-356.
- Villegas, J. L., Castro, E., & Gutierrez, J. (2009). Representation in Problem Solving: A Case Study with Optimization Problem. *Electronic Journal of Research in Education Psychology*, 17(7), 279-308.
- Wagner, S. & Parker, S. (1993). Advancing algebra. In P. S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom. High school mathematics* (pp. 119–139). New York, NY: Macmillan.
- Weinberg, A. (2007). New perspectives on the student-professor problem. In T. Lamberg & L. R. Wiest (Eds.), *Proceedings of the 29th annual meeting of the North American chapter of the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 164–170). Stateline, NV: University of Nevada.

EK-1

BÖLÜM 1: Aşağıda sözel olarak açıklanmış durumlara uygun cebirsel ifadeleri yazınız.

Telefon Şirketi: Bir telefon şirketi her arama için bir tarife sunmaktadır. Bu tarife göre her arama 2 lira ve her dakika da 4 lira üzerinden ücretlendirilecektir. Bir kişi ne kadar konuşursa konuşsun, yapmış olduğu telefon konuşmasına ödeyeceği para cebirsel olarak nasıl ifade edilir?

Kürdan Sayısı:



Kerem kürdan kullanarak yukarıdaki şekildekine benzer n tane üçgen ve n tane kare oluşturmuştur. Buna göre Kerem'in toplamda kaç kürdan kullanacağını cebirsel olarak ifade ediniz.

Sayı Tutma: "Aklından tuttuğun sayıyı 2 ile çarpıp, 3 ekleyip, 7 çıkarıp, 2'ye bölüp, 2 eklediğimizde bulduğumuz sayıyı yazınız." Durumunu açıklayan cebirsel ifadeyi yazınız.

Dikdörtgenin Alanı: Bir kenarının uzunluğu $n+2$ ve diğer kenarının uzunluğu 3 birim olan dikdörtgenin alanını veren cebirsel ifadeyi yazınız.

Zeytinyağı: Bir market, x TL'ye aldığı bir teneke zeytinyağını 4 TL kâr ekleyerek satıyor. Bu markette satılan 6 teneke zeytinyağından elde edilecek para miktarını gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

Profesör-Öğrenci: Bir üniversitede profesörlerin altı katı kadar öğrenci bulunmaktadır. Profesör (P) ve öğrenci (Ö) sayısı arasındaki ilişkiyi ifade eden denklemini yazınız.

BÖLÜM 2: Aşağıda verilen cebirsel ifadelere uygun sözel durumlar oluşturunuz.

$$a + 6$$

$$2k + 5$$

$$\frac{x}{10} + 2$$

$$20 - n$$

$$\frac{b-5}{3}$$

BÖLÜM 3: Bir poğaçaya p lira ve bir ayran a liradır. Ayşe 4 poğaçaya ve 3 ayran almıştır. Buna göre $4p+3a$ ifadesinde; "4,3,p ve a" sembollerinin hangi anlamı taşıdığını yazınız.